Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV®.

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour en savoir plus sur nos formations disponibles, veuillez visiter :
formav.co/explorer

Mathématiques - Groupement B des BTS

Session 2022 • Code sujet : **22MATGRB1** • Durée : **2 heures** • Coefficient : **2 pour les spécialités indiquées, sauf Traitement des matériaux : 3**

Sommaire

Cliquez sur une partie pour y accéder directement

1. Freinage d'un chariot de fête foraine (12 questions) **Page 3**

2. Contrôle de conformité et durée de vie de tubes fluorescents (9 questions) **Page 6**

3. Ce qu'il faut retenir & Questions fréquentes (FAQ) (Synthèse & Q&A Examen) **Page 9**

Sujet officiel (PDF) : https://coursbtsciel.fr/assets/annales/bts-ciel/E2 - Mathématiques/2022/BTS CIEL - E2 - Mathématiques - Session 2022 - 1-Sujet.pdf

1. Freinage d’un chariot de fête foraine

Un chariot lancé à 20 m/s est ralenti par un système de freinage, et sa vitesse f(t) est étudiée en fonction du temps. Les questions portent sur une équation différentielle, les variations et la limite de f, la distance parcourue, le développement limité et la tangente à la courbe.

Partie A - Résolution d’une équation différentielle

Question 1.a. Résoudre l’équation différentielle homogène (E_0) : y′ + 0,8y = 0.

La formule fournie pour $y' + ay = 0$ donne les solutions $y(t) = ke^{-at}$. En prenant $a = 0,8$, la constante k reste arbitraire.

> ✓ RÉPONSE À RETENIR
>
> $y(t) = ke^{-0,8t}$, avec $k \in \mathbb{R}$.

Question 1.b. On définit g(t) = 5 sur [0 ; +∞[. Vérifier que g est solution de l’équation différentielle (E) : y′ + 0,8y = 4.

La fonction $g(t) = 5$ est constante, donc $g'(t) = 0$. Ainsi, $g'(t) + 0,8g(t) = 0 + 0,8 \times 5 = 4$, comme demandé.

> ✓ RÉPONSE À RETENIR
>
> g est bien solution de (E).

Question 1.c. En déduire l’ensemble des solutions de l’équation différentielle (E) : y′ + 0,8y = 4.

Les solutions de (E) s’obtiennent en ajoutant la solution particulière $g(t) = 5$ aux solutions de l’équation homogène associée.

> ✓ RÉPONSE À RETENIR
>
> $y(t) = 5 + ke^{-0,8t}$, avec $k \in \mathbb{R}$.

Question 2. Déterminer la solution f de (E) qui vérifie la condition initiale f(0) = 20.

Dans la solution générale, la condition $f(0) = 20$ donne $5 + k = 20$, car $e^0 = 1$. Donc $k = 15$.

> ✓ RÉPONSE À RETENIR
>
> $f(t) = 15e^{-0,8t} + 5$.

Partie B - Étude de la fonction f

Question 1.a. Démontrer que la limite de f(t) lorsque t tend vers +∞ est égale à 5.

Comme $e^{-0,8t} \to 0$ lorsque $t \to +\infty$, le terme exponentiel de $f(t) = 15e^{-0,8t} + 5$ tend vers zéro. Il reste la constante 5.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $\lim\limits_{t \to +\infty} f(t) = 5$.

Question 1.b. En déduire que la courbe C admet une asymptote et en donner une équation.

La limite de $f(t)$ en $+\infty$ étant finie et égale à 5, la courbe admet une asymptote horizontale d'ordonnée 5.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Asymptote horizontale : $y = 5$.

Question 2. En admettant que f'(t) = −12e^(−0,8t), dresser le tableau de variation de f sur [0 ; +∞[.

Pour tout $t \geq 0$, $e^{-0,8t} > 0$, donc $f'(t) < 0$. La fonction est strictement décroissante, de $f(0) = 20$ vers sa limite 5.

t	**0**	$+\infty$
Signe de $f'(t)$	$-$	
Variation de f	20	$\searrow 5$

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> f décroît strictement de 20 vers 5 sur $[0; +\infty[$.

Question 3. Le système de freinage permet-il au chariot de s'arrêter ?

Pour tout temps fini, $15e^{-0,8t} > 0$, donc $f(t) = 15e^{-0,8t} + 5 > 5$. La vitesse ne s'annule jamais et tend vers $5\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Non : le chariot ne s'arrête pas, sa vitesse tend vers $5\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$.

Question 4.a. **On définit F(t) = −18,75e^(−0,8t) + 5t. Vérifier que F est une primitive de f sur [0 ; +∞[.**

En dérivant $F(t) = -18,75e^{-0,8t} + 5t$, on obtient $F'(t) = (-18,75)(-0,8)e^{-0,8t} + 5 = 15e^{-0,8t} + 5 = f(t)$. Ainsi, F est une primitive de f.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $F'(t) = f(t)$, donc F est une primitive de f.

Question 4.b. **Calculer la valeur exacte de la distance parcourue par le chariot entre $t_0 = 0$ et $t_1 = 1$, à l'aide de l'intégrale de sa vitesse, puis donner une valeur arrondie au centimètre.**

La distance est $d = F(1) - F(0)$. On obtient $d = (-18,75e^{-0,8} + 5) - (-18,75) = 23,75 - 18,75e^{-0,8}$ m, soit environ $15,3251$ m.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $d = 23,75 - 18,75e^{-0,8}$ m, soit $15,33$ m au centimètre près.

Partie C - Étude locale

Question 1. **Choisir, parmi les propositions, le développement limité de f à l'ordre 2 au voisinage de zéro. Une seule réponse est exacte et aucune justification n'est demandée.**

Le logiciel donne la partie régulière $20 - 12t + \frac{24}{5}t^2$. Dans un développement limité à l'ordre 2, le reste s'écrit $t^2\varepsilon(t)$, avec $\varepsilon(t) \to 0$. La proposition correcte est donc celle qui comporte ce reste.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $20 - 12t + 4,8t^2 + t^2\varepsilon(t)$, avec $\varepsilon(t) \to 0$.

Question 2. **Donner une équation de la tangente T à la courbe C au point d'abscisse 0.**

L'équation de la tangente en $t = 0$ est $y = f(0) + f'(0)t$. Avec $f(0) = 20$ et $f'(0) = -12e^0 = -12$, on obtient la droite demandée.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $y = 20 - 12t$.

2. Contrôle de conformité et durée de vie de tubes fluorescents

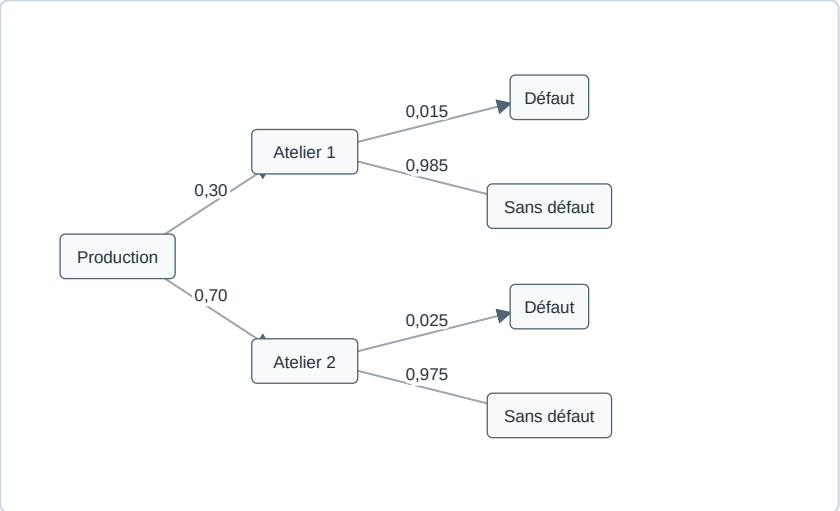
Une usine fabrique des tubes dans deux ateliers, avec des proportions de production et des taux de défaut différents, qui servent à étudier des probabilités conditionnelles. L'exercice étudie aussi la durée de bon fonctionnement des tubes par une loi exponentielle et la proportion de rivets conformes à partir d'un échantillon.

Partie A - Probabilités conditionnelles

Question 1. Réaliser un arbre pondéré décrivant la production des deux ateliers et la présence ou l'absence de défaut selon l'atelier.

1. La première bifurcation indique la part produite par chaque atelier.
2. Depuis chaque atelier, les branches « défaut » et « sans défaut » portent les probabilités conditionnelles correspondantes.

Arbre pondéré de production et de conformité



Les probabilités issues de chaque atelier totalisent 1.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> Arbre pondéré complété avec les probabilités indiquées sur les branches.

Question 2. Calculer la probabilité P(A₁ ∩ D), où A₁ désigne l'événement « le tube provient de l'atelier 1 » et D l'événement « le tube présente un défaut ».

Un tube doit provenir de l'atelier 1 et être défectueux. On multiplie donc la proportion de tubes issus de cet atelier par son taux conditionnel de défaut : $P(A_1 \cap D) = P(A_1)P(D \mid A_1) = 0,30 \times 0,015 = 0,0045$.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> $P(A_1 \cap D) = 0,0045$, soit 0,45 %.

Question 3. **Le sujet demande de montrer que P(D) = 0,0195. Cette valeur imprimée est annotée à la main comme 0,0220 sur la page.**

Par la formule des probabilités totales, $P(D) = P(A_1)P(D \mid A_1) + P(A_2)P(D \mid A_2)$.

Avec les données de la page, $0,30 \times 0,015 + 0,70 \times 0,025 = 0,0220$. Le résultat imprimé $0,0195$ ne concorde pas avec les taux donnés ; la correction manuscrite $0,0220$ est cohérente.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $P(D) = 0,0220$.

Question 4. **Sachant que le tube choisi ne présente pas de défaut, calculer la probabilité qu'il provienne de l'atelier 2.**

1. La probabilité d'un tube de l'atelier 2 sans défaut est $P(A_2 \cap \overline{D}) = 0,70 \times 0,975 = 0,6825$.
2. La probabilité d'absence de défaut est $P(\overline{D}) = 1 - 0,022 = 0,978$. Ainsi, $P(A_2 \mid \overline{D}) = \frac{0,6825}{0,978} \approx 0,698$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $P(A_2 \mid \overline{D}) \approx 0,698$, soit 69,8 %.

Partie B - Durée de vie des tubes fluorescents

Question 1. **La durée T de bon fonctionnement d'un tube suit une loi exponentielle de paramètre λ = 0,0001. Déterminer son espérance E(T) et interpréter le résultat dans le contexte.**

Pour une loi exponentielle de paramètre λ, l'espérance est $E(T) = \frac{1}{\lambda}$. Avec $\lambda = 0,0001$, on obtient $E(T) = \frac{1}{0,0001} = 10\,000$ heures. Cela signifie que la durée moyenne de bon fonctionnement des tubes est de 10 000 heures.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $E(T) = 10\,000$ heures.

Question 2. **Calculer, en arrondissant à 10^{-2}, la probabilité que la durée de bon fonctionnement d'un tube choisi soit inférieure à 8 000 heures.**

La formule fournie donne $P(T \leq t) = 1 - e^{-\lambda t}$. Pour $t = 8\,000$, $P(T < 8\,000) = 1 - e^{-0,0001 \times 8\,000} \approx 0,5507$. Une loi exponentielle étant continue, utiliser $<$ ou $\leq$ donne ici la même probabilité.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $P(T < 8\,000) \approx 0,55$.

Question 3. **Calculer, en arrondissant à 10^{-2}, la probabilité que la durée de bon fonctionnement d'un tube choisi soit supérieure à 10 000 heures.**

Le complément de la probabilité donnée par la formule de l'énoncé donne $P(T > t) = e^{-\lambda t}$. Ainsi, $P(T > 10\,000) = e^{-0{,}0001 \times 10\,000} = e^{-1} \approx 0,3679$, soit 0,37 à 10^{-2} près.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $P(T > 10\,000) \approx 0,37$.

Partie C - Intervalle de confiance

Question 1. **Sur un échantillon de 1 000 rivets, 975 sont conformes. Donner une estimation ponctuelle f de la proportion inconnue p de rivets conformes dans l'ensemble de la production.**

La fréquence des rivets conformes dans l'échantillon estime la proportion inconnue dans la production : $f = \frac{975}{1000} = 0,975$.

L'estimation ponctuelle est donc de 97,5 %.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $f = 0,975$, soit 97,5 %.

Question 2. **En utilisant la formule fournie pour le niveau de confiance de 95 %, déterminer un intervalle de confiance centré sur la fréquence observée f pour la proportion p, puis arrondir ses bornes au millième.**

La formule indiquée sur le sujet utilise $f = 0,975$ et $n = 1000$. La marge vaut $1,96\sqrt{\frac{0{,}975(1-0{,}975)}{1000}} \approx 0,009677$.

Les bornes sont donc $0,975 - 0,009677 \approx 0,965323$ et $0,975 + 0,009677 \approx 0,984677$. Arrondies au millième, elles donnent l'intervalle demandé.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Intervalle de confiance à 95 % : $[0,965\ ;\ 0,985]$.

Ce qu'il faut retenir de ce sujet (Session 2022)

Bilan de l'épreuve : Épreuve de mathématiques du BTS, Groupement B, session 2022, code 22MATGRB1, d'une durée de deux heures. Le coefficient est 2 pour les spécialités indiquées, sauf Traitement des matériaux, coefficient 3. Le sujet porte sur le freinage d'un chariot, la production de tubes fluorescents et la conformité de rivets. Il évalue équations différentielles, analyse de fonctions, probabilités, loi exponentielle et intervalle de confiance.

Notions-clés, formules & règles à maîtriser

- Pour $y' + ay = 0$, les solutions sont $y(t) = ke^{-at}$; pour l'équation complète, on ajoute une solution particulière.
- Si $f(t)$ tend vers L quand t tend vers $+\infty$, la courbe de f admet l'asymptote horizontale d'équation $y = L$.
- Pour T suivant une loi exponentielle de paramètre λ, $P(T \leq t) = 1 - e^{-\lambda t}$ et $E(T) = 1/\lambda$.
- L'intervalle fourni à 95 % est $f \pm 1{,}96\sqrt{f(1-f)/n}$, où f est la fréquence observée et n l'effectif.

Points de vigilance & attentes du jury

- Pour l'équation différentielle complète, combiner la solution de l'équation homogène avec une solution particulière.
- Pour décider si le chariot s'arrête, vérifier si sa vitesse atteint zéro, et pas seulement si elle diminue.
- Pour une durée supérieure à t, utiliser la probabilité de survie $e^{-\lambda t}$, et non la probabilité cumulée.
- Respecter les arrondis demandés et les unités ; signaler la différence entre la valeur imprimée de P(D) et son annotation manuscrite.

Questions fréquentes sur cette épreuve (Q&A Examen)

Q : Comment résoudre l'équation différentielle avec second membre ?

Résolvez d'abord l'équation homogène associée, puis ajoutez une solution particulière de l'équation complète. La condition initiale permet ensuite de déterminer la constante de la solution générale.

Q : Comment calculer une probabilité de durée de vie supérieure à une durée donnée ?

Pour une loi exponentielle de paramètre λ, la probabilité que la durée dépasse t est $e^{-\lambda t}$. La probabilité d'une durée inférieure ou égale à t est $1 - e^{-\lambda t}$.

Q : Comment répartir mon temps pendant cette épreuve ?

L'épreuve dure deux heures et comporte deux exercices de 10 points. Répartissez le temps entre les exercices, avancez sur les questions accessibles et gardez une marge pour vérifier les calculs. La calculatrice est autorisée.

Q : Quelle valeur faut-il retenir pour la probabilité de défaut de la question 3 ?

La page imprime P(D) = 0,0195, mais une annotation manuscrite indique 0,0220. Les données des ateliers doivent être confrontées à cette valeur imprimée et à sa correction manuscrite.

Sujet officiel associé (PDF) : https://coursbtsciel.fr/assets/annales/bts-ciel/E2 - Mathématiques/2022/BTS CIEL - E2 - Mathématiques - Session 2022 - 1-Sujet.pdf

Ressources BTS Cybersécurité, Informatique et réseaux, Électronique : Toutes les annales & corrigés • Fiches de révision complètes • Simulateur de notes d'examen

Copyright © 2027 FormaV®. Tous droits réservés.

FormaV® est une marque déposée auprès de l'INPI sous le numéro 5227897.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.