Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV®.

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour en savoir plus sur nos formations disponibles, veuillez visiter :
formav.co/explorer

Mathématiques

Session 2017 • Code sujet : **MATGRC1** • Durée : **2 heures** • Coefficient : **2 pour toutes les spécialités indiquées, sauf Innovation textile (2 options) : 3**

Sommaire

Cliquez sur une partie pour y accéder directement

1. **Modélisation de la croissance du volume de bois fort d'un plant de Douglas** (14 questions) **Page 3**

2. **Production et contrôle de conformité des coques de manettes XS5** (11 questions) **Page 8**

3. **Ce qu'il faut retenir & Questions fréquentes (FAQ)** (Synthèse & Q&A Examen) **Page 11**

Sujet officiel (PDF) : https://coursbtsciel.fr/assets/annales/bts-ciel/E2 - Mathématiques/2017/BTS CIEL - E2 - Mathématiques - Session 2017 - 2-Sujet.pdf

1. Modélisation de la croissance du volume de bois fort d'un plant de Douglas

À partir de données associant l'âge d'un plant de Douglas à son volume de bois fort, l'exercice compare un modèle statistique fondé sur un ajustement affine et un modèle dynamique fondé sur une équation différentielle. Il demande de prévoir des volumes, d'étudier une asymptote et de déterminer un âge de commercialisation à partir d'un seuil de volume.

Partie 1 : Modèle statistique

Question 1. Compléter dans l'annexe 1 le tableau des valeurs de Q = ln(7/V - 1) en fonction de l'âge t, en arrondissant au centième près.

On calcule avec la formule du sujet, puis on arrondit au centième. Les valeurs déjà inscrites sont conservées.

Âge t (années)	10	20	30	50
Q	4,34	3,58	2,54	0,84

Annexe 1 complétée

t (en années)	10	20	30	50
V (en m^3)	0,09	0,19	0,51	2,11
Q	4,34	3,58	2,54	0,84

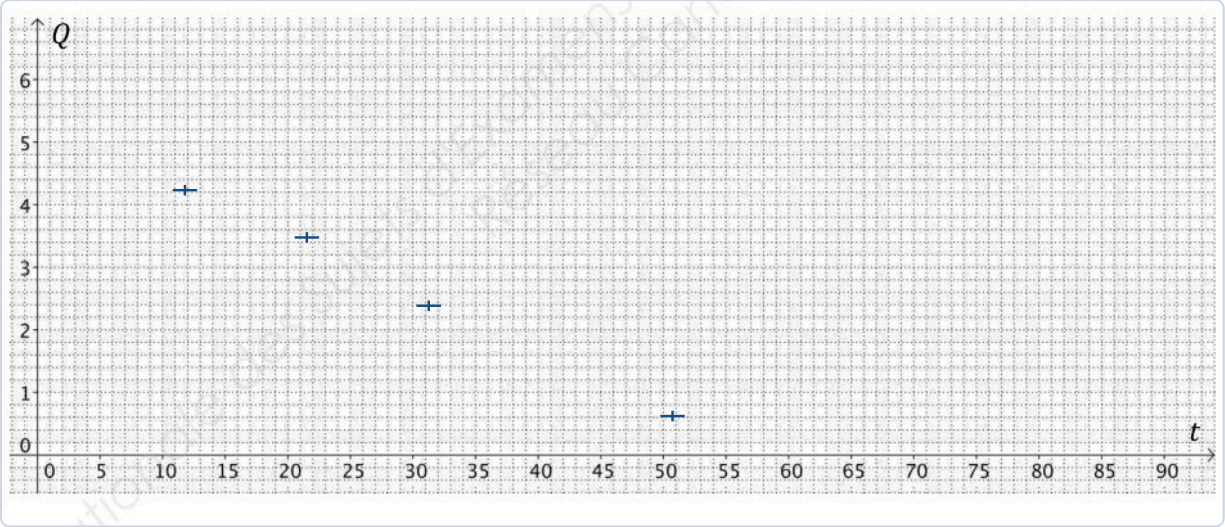
✓ **RÉPONSE À RETENIR**

Q(20) = 3,58 et Q(50) = 0,84.

Question 2. Représenter dans le repère de l'annexe 2 le nuage de points de la série statistique constituée des variables t, l'âge en années, et Q.

Le nuage est formé des quatre points de coordonnées (t ; Q). Ils sont placés dans le repère sans être reliés.

Nuage de points de Q en fonction de t



✓ RÉPONSE À RETENIR

(10 ; 4,34), (20 ; 3,58), (30 ; 2,54), (50 ; 0,84).

Question 3. À partir des résultats affichés par la calculatrice, donner une équation de la droite d'ajustement affine de Q en t par la méthode des moindres carrés, en arrondissant les coefficients au millième près.

La calculatrice donne une droite de la forme Q = at + b, avec a = -0,088616 et b = 5,2627999. L'arrondi au millième s'applique à chacun des deux coefficients.

✓ RÉPONSE À RETENIR

Q = -0,089t + 5,263.

Question 4. Utiliser l'ajustement affine obtenu pour déterminer la valeur prévisible de Q lorsque le plant aura 80 ans.

On utilise l'équation arrondie obtenue à la question précédente : Q(80) = -0,089 × 80 + 5,263 = -1,857.

✓ RÉPONSE À RETENIR

Q(80) = -1,857.

Question 5. Déterminer le volume de bois fort que l'on peut espérer tirer du plant lorsqu'il aura 80 ans.

Comme Q = ln(7/V - 1), on isole V : V = 7/(exp(Q) + 1). En utilisant Q(80) = -1,857, on obtient V(80) ≈ 6,05 m³.

✓ RÉPONSE À RETENIR

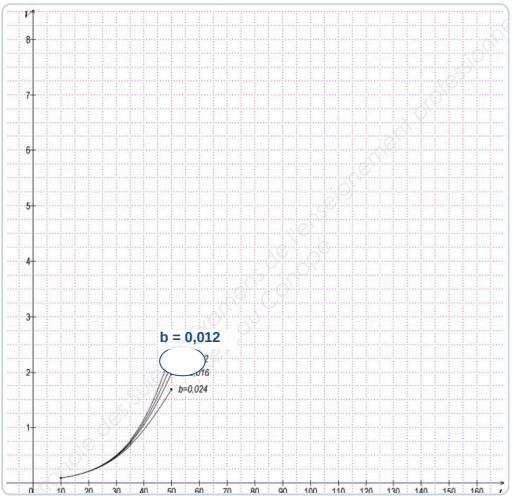
Volume prévisible à 80 ans : 6,05 m³.

Partie 2 : Modèle dynamique

Question 1. À l'aide des courbes de l'annexe 3 représentant les volumes de bois fort selon le temps pour différentes valeurs de b, expliquer pourquoi on peut choisir b = 0,012 pour le plant étudié.

Sur l'annexe 3, la courbe étiquetée b = 0,012 passe au voisinage des volumes observés, notamment près de 2,11 m³ à 50 ans. C'est donc la courbe correspondant au plant étudié.

Courbe correspondant au plant étudié



✓ RÉPONSE À RETENIR

On choisit b = 0,012.

Question 2.a). Déterminer l'ensemble des solutions de l'équation différentielle homogène (E0) : y' + 0,088y = 0.

L'équation homogène devient y' = -0,088y. Ses solutions sur [10 ; +∞[sont les fonctions exponentielles de coefficient réel constant.

✓ RÉPONSE À RETENIR

y(t) = C exp(-0,088t), C ∈ ℝ.

Question 2.b). Démontrer que la fonction constante g, définie sur [10 ; +∞[par g(t) = 0,012/0,088, est une solution particulière de l'équation différentielle (E) : y' + 0,088y = 0,012.

La fonction g est constante, donc g' = 0. Alors g' + 0,088g = 0,088 × (0,012/0,088) = 0,012 : g vérifie bien (E).

✓ RÉPONSE À RETENIR

g(t) = 0,012/0,088 est une solution particulière de (E).

Question 2.c). Déduire des résultats précédents l'ensemble des solutions de l'équation différentielle (E) : y' + 0,088y = 0,012.

Les solutions de (E) s'obtiennent en ajoutant à une solution particulière toutes les solutions de l'équation homogène.

✓ RÉPONSE À RETENIR

y(t) = C exp(-0,088t) + 0,012/0,088, C ∈ ℝ.

Question 2.d). Calculer f(10), puis déterminer la solution particulière f de l'équation différentielle (E) correspondant au plant de Douglas étudié.

f(10) = 1/V(10) = 1/0,09. Dans la solution générale, on impose cette condition initiale : C = (1/0,09 - 0,012/0,088)exp(0,088 × 10) ≈ 26,46.

✓ RÉPONSE À RETENIR

f(10) ≈ 11,11 et f(t) ≈ 26,46 exp(-0,088t) + 0,13636.

Question 3.a). À partir de l'expression donnée pour V(t), déterminer le volume de bois fort que l'on peut espérer lorsque le plant aura 80 ans.

On remplace t par 80 dans l'expression donnée : V(80) = 1/(26,4 exp(-0,088 × 80) + 0,14) ≈ 6,13 m³.

✓ RÉPONSE À RETENIR

V(80) ≈ 6,13 m³.

Question 3.b). Expliquer pourquoi la courbe représentative de la fonction V admet une asymptote horizontale et en donner une équation.

Lorsque t tend vers +∞, exp(-0,088t) tend vers 0. Ainsi, V(t) tend vers 1/0,14, ce qui donne l'ordonnée de l'asymptote horizontale.

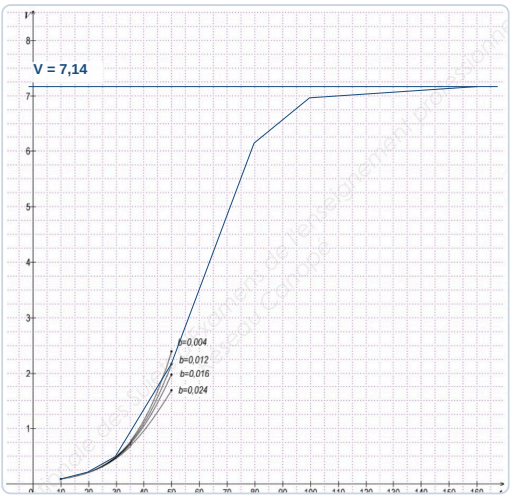
✓ RÉPONSE À RETENIR

Asymptote horizontale : V = 1/0,14 ≈ 7,14 m³.

Question 3.c). Tracer l’asymptote sur le graphique de l’annexe 3 et compléter la courbe représentative de V. L’étude des variations de V n’est pas demandée.

Sur l’annexe 3, tracer la droite horizontale V = 7,14, puis prolonger la courbe de V en la faisant tendre vers cette droite.

Asymptote et courbe de V



✓ RÉPONSE À RETENIR

Tracer V = 7,14 m³ et prolonger la courbe vers cette asymptote.

Question 4. L’Office national des forêts conseille de commercialiser les Douglas lorsqu’ils atteignent 85 % de la valeur limite de leur volume de bois fort. Déterminer l’âge auquel il est conseillé de commercialiser le plant étudié.

La valeur limite est 1/0,14. On cherche t tel que V(t) = 0,85/0,14. La résolution de 1/(26,4 exp(-0,088t) + 0,14) = 0,85/0,14 donne t ≈ 79,26 ans.

✓ RÉPONSE À RETENIR

Commercialisation conseillée vers 79,3 ans.

2. Production et contrôle de conformité des coques de manettes XS5

Une entreprise produit par injection plastique les demi-coques supérieure et inférieure des manettes de la console XS5, et la conformité d'une demi-coque supérieure dépend de sa masse. L'exercice porte sur une probabilité sous loi normale, un test unilatéral de contrôle de la production et l'étude du nombre de manettes défectueuses dans des lots de 50.

Partie 1 : Production

Question 1. La masse X d'une demi-coque supérieure suit une loi normale d'espérance 63 g et d'écart-type 0,45 g. Une pièce est conforme si sa masse dépasse 62 g. Calculer la probabilité qu'une demi-coque supérieure prélevée au hasard soit conforme.

La conformité correspond à $X > 62$. En centrant et réduisant, $P(X > 62) = P\left(Z > \frac{62-63}{0{,}45}\right) = P(Z > -2{,}22) = P(Z < 2{,}22)$, où Z suit la loi normale centrée réduite.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $P(X > 62) \approx 0{,}9869$, soit 98,69 %.

Partie 2 : Contrôle de la conformité

Question 1. Le test unilatéral utilise l'hypothèse alternative H1 : m < 63. Donner l'hypothèse nulle H0.

L'hypothèse nulle correspond à l'absence de baisse de la masse moyenne. La moyenne de référence est de 63 g.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $H_0 : m = 63$.

Question 2. Parmi les trois propositions, recopier la région de rejet correcte du test au seuil de 5 % sous l'hypothèse nulle. Une seule réponse est exacte et aucune justification n'est demandée.

L'hypothèse alternative $m < 63$ conduit à une région de rejet dans la queue gauche. Parmi les choix proposés, la borne au seuil de 5 % est 62,926 g.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Réponse a) : $]-\infty\,;\,62{,}926]$.

Question 3. Énoncer la règle de décision du test d'hypothèse.

On compare la moyenne observée $\overline{x}$ à la borne critique de 62,926 g :

- Si $\overline{x} \leq 62{,}926$, on rejette H_0 et on conclut à une baisse.
- Si $\overline{x} > 62{,}926$, on ne rejette pas H_0.

✓ RÉPONSE À RETENIR

Rejeter H_0 si $\overline{x} \leq 62,926$ g.

Question 4. Un échantillon de 100 demi-coques supérieures a une masse totale de 6 294 g. Décider si, au seuil de 5 %, on peut considérer que la masse moyenne des demi-coques a baissé.

La moyenne observée vaut $\overline{x} = 6294/100 = 62,94$ g. Comme elle dépasse la borne critique de 62,926 g, elle n'appartient pas à la région de rejet.

✓ RÉPONSE À RETENIR

Non, le test ne permet pas de conclure à une baisse au seuil de 5 %.

Question 5. Déterminer la région de rejet du test unilatéral si celui-ci était réalisé au seuil de 1 %.

Pour un test unilatéral à gauche au seuil de 1 %, la valeur critique centrée réduite est environ $-2,326$. La borne pour la moyenne est donc $63 - 2,326 \times 0,045$.

✓ RÉPONSE À RETENIR

Région de rejet : $]-\infty\,;\,62,895]$.

Partie 3 : Assemblage des manettes

Question 1. Sachant que 1,3 % des demi-coques supérieures et 2 % des demi-coques inférieures sont non conformes, et que les choix des pièces sont indépendants, démontrer que la probabilité qu'une manette soit défectueuse est 0,0327, arrondie à 10^{-4} près.

Par indépendance, la probabilité que les deux demi-coques soient conformes est $(1 - 0,013)(1 - 0,02) = 0,987 \times 0,98 = 0,96726$. Par complément, la probabilité qu'au moins une soit non conforme vaut $1 - 0,96726 = 0,03274$.

✓ RÉPONSE À RETENIR

Probabilité de défaut, arrondie à 10^{-4} : $0,0327$.

Question 2.a). Pour un lot de 50 manettes, où chaque manette a une probabilité de 0,0327 d'être défectueuse, justifier que Y, le nombre de manettes défectueuses du lot, suit une loi binomiale et en donner les paramètres.

Chaque manette constitue une épreuve de Bernoulli, avec une probabilité de défaut $p = 0,0327$. Les 50 choix sont assimilés à des tirages indépendants avec remise. Le nombre Y de manettes défectueuses suit donc une loi binomiale.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $Y \sim \mathcal{B}(50\ ;\ 0,0327)$.

Question 2.b). Calculer la probabilité qu'aucune manette d'un lot de 50 ne soit défectueuse.

Aucune manette défectueuse signifie que les 50 manettes sont conformes. La probabilité cherchée est donc $P(Y = 0) = (1 - 0,0327)^{50} = 0,9673^{50}$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $P(Y = 0) \approx 0,1897$, soit environ 18,97 %.

Question 2.c). Calculer P(Y ≥ 2), puis interpréter le résultat dans le contexte d'un lot de 50 manettes.

Par complément, $P(Y \geq 2) = 1 - P(Y = 0) - P(Y = 1)$, avec $P(Y = 1) = 50 \times 0,0327 \times 0,9673^{49}$. On obtient environ 0,4897.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Environ 48,97 % des lots contiennent au moins deux manettes défectueuses.

Question 2.d). Calculer l'espérance E(Y) et expliquer ce que représente ce nombre dans le cadre d'un grand nombre de lots.

Pour une loi binomiale de paramètres $n = 50$ et $p = 0,0327$, $E(Y) = np = 50 \times 0,0327$. Sur un grand nombre de lots, le nombre moyen de manettes défectueuses par lot se rapproche de cette valeur.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $E(Y) = 1,635$, soit environ 1,64 manette défectueuse par lot.

Ce qu'il faut retenir de ce sujet (Session 2017)

Bilan de l'épreuve : Cette épreuve de mathématiques du BTS Groupement C1, session 2017, porte le code MATGRC1 et dure deux heures. Le coefficient est 2 pour les spécialités indiquées, sauf Innovation textile, coefficient 3. Elle étudie la croissance du Douglas et la fabrication des manettes XS5, en évaluant ajustement statistique, équations différentielles, loi normale, test d'hypothèse et loi binomiale.

Notions-clés, formules & règles à maîtriser

- Pour le modèle statistique du Douglas, Q = ln(7/V - 1) et son ajustement affine en fonction de l'âge sert à prévoir le volume.
- La solution générale de y' + ay = b est la somme d'une solution particulière constante b/a et d'une solution de l'équation homogène.
- Pour un échantillon de taille n, l'écart-type de la moyenne est l'écart-type de la population divisé par √n.
- Pour n essais indépendants de probabilité de succès p, le nombre de succès suit une loi binomiale et son espérance vaut np.

Points de vigilance & attentes du jury

- Respecter les arrondis demandés et distinguer t, Q et V, ainsi que leurs unités.
- Pour le test H1 : m < 63, choisir une région de rejet dans la queue gauche de la distribution de la moyenne.
- Pour une manette défectueuse, utiliser l'événement complémentaire : les deux demi-coques sont conformes.
- Compléter et rendre les annexes demandées, avec des points, une courbe et une asymptote lisibles.

Questions fréquentes sur cette épreuve (Q&A Examen)

Q : Comment utiliser l'ajustement affine pour prévoir le volume du Douglas à 80 ans ?

Évaluez d'abord la droite d'ajustement en t = 80 pour obtenir Q. Utilisez ensuite Q = ln(7/V - 1), isolez V et limitez les arrondis intermédiaires afin de préserver la précision de la prévision.

Q : Comment choisir la région de rejet du test sur la masse moyenne ?

L'hypothèse alternative indique une baisse, H1 : m < 63. La région de rejet se situe donc dans la queue gauche de la loi de la moyenne sous H0. Le seuil détermine la probabilité de rejeter H0 à tort.

Q : Comment répartir le temps et gérer les annexes pendant l'épreuve ?

L'épreuve dure deux heures et comporte deux exercices, notés respectivement sur 11 et 9 points. Répartissez le temps selon les points, puis vérifiez que les annexes 1, 2 et 3 sont complétées et rendues.

Q : Quels critères de rédaction et de présentation sont explicitement rappelés ?

Le sujet indique que la qualité de rédaction, la clarté et la précision des raisonnements sont prises en compte. Présentez les étapes utiles, respectez les arrondis demandés et rendez les graphiques lisibles.

Sujet officiel associé (PDF) : https://coursbtsciel.fr/assets/annales/bts-ciel/E2 - Mathématiques/2017/BTS CIEL - E2 - Mathématiques - Session 2017 - 2-Sujet.pdf
Ressources BTS Cybersécurité, Informatique et réseaux, Électronique : Toutes les annales & corrigés • Fiches de révision complètes • Simulateur de notes d'examen

Copyright © 2027 FormaV®. Tous droits réservés.

FormaV® est une marque déposée auprès de l'INPI sous le numéro 5227897.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.